

Juin 2022



## Première année : mathématiques

Contrôle terminal – 2h

Tout document interdit ; calculatrice de la faculté autorisée

### Questions de cours

Exprimer le produit vectoriel du vecteur  $\vec{A}(A_x, A_y, A_z)$  avec  $\vec{B}(B_x, B_y, B_z)$ .

Calculer le produit du nombre complexe  $\underline{z} = a + ib$  avec  $\underline{z}' = a' + ib'$  ; expliciter les parties réelle et imaginaire.

Rappeler la formule générale qui permet l'intégration par parties.

### Intégrations par changements de variables

$$A = \int_0^{\pi/4} \cos^2 \theta \sin \theta d\theta,$$

$$B = \int_0^x \frac{1}{2t^2 + 1} dt,$$

on rappelle que  $\int \frac{1}{u^2 + 1} du = \arctan(u) + \text{cste.}$

### Equations différentielles

Résoudre les équations différentielles du second ordre suivantes :

$$2y'' + 3y' - 2y = 0,$$

$$y'' - 2y' + 10y = 5,$$

### Equation différentielle du 2<sup>ème</sup> ordre

Soit une masse  $m = 1$  kg reliée au plafond par un ressort. Si on note  $z = 0$  la position de la masse quand le ressort est au repos (c'est-à-dire, quand la masse n'y est pas encore accrochée),  $k$  la constante de raideur du ressort et  $\mu$  le coefficient de frottement qu'exerce l'air sur la masse (on suppose  $\mu \ll k$ ), alors la position de la masse vérifie l'équation différentielle suivante :

$$z''(t) + 2\mu z'(t) + kz(t) = -g,$$

avec  $g$  l'accélération locale de la pesanteur.

1. Trouver une solution particulière constante. Interpréter physiquement le résultat.
2. Trouver la solution telle que  $z(0) = 0$  et  $z'(0) = 0$ . Interpréter physiquement le résultat.